

שיטות מתמטיות 2 (אלגברה ליניארית)

הרצאה: 3

תרגיל: 1

דרישות קדם: אין

מטרת/תיאור הקורס: זהו קורס המקנה יסודות מתמטיים בסיסיים באלגברה ליניארית לכל מסלול ההייטק

ציון: 80% בחינה, 20% תרגילי בית

נושאי הקורס:

מספרים מרוכבים, מערכת משוואות ליניאריות, אלגברה של מטריצות, דטרמיננטים, מרחבים וקטוריים, ערכים ווקטורים עצמיים ולכסון מטריצות, מכפלה פנימית, ובסיסים אורתונורמליים.

פירוט:

1. מספרים מרוכבים: הגדרה, מציאת הופכי, צמוד ותכונות בסיסיות של צמוד, הצגה פולרית ונוסחת דה מואבר.

2. מערכות משוואות ליניאריות: פתרון בעזרת שיטת הניפוי של Gauss, מערכות שקולות, מטריצות בצורה מדורגת ומדורגת קנונית, דרגת מטריצה. חקירת מערכת משוואות על ידי דירוג מטריצת המערכת. תכונות של מערכת הומוגנית. מבוא לגיאמטריה אנליטית: וקטורים במישור ומרחב, חיבור וכפל בסקלר של וקטורים במישור ובמרחב. המשוואה הפרמטרית של קו ישר ושל מישור, מצב הדדי ששל ישרים ומישורים. משמעות גיאומטרית של פתרון מערכת משוואות ליניאריות. מרחק בין שתי נקודות, משפט Pythagoras ונורמל למישור.

3. וקטורים ממימדים סופיים ואינסופיים, הגדרת המכפלה הפנימית (כולל המכפלה הפנימית האינטגרלית), הגדרת אורתוגונליות של וקטורים, נורמה של וקטורים ומרחק בין וקטורים.

4. אלגברה של מטריצות: הגדרות בסיסיות וסוגים מיוחדים של מטריצות. פעולות על מטריצות: חיבור, כלל המקבילית, כפל בסקלר, כפל, שיחלוף. מטריצה הפיכה ומטריצה סינגולרית. מציאת מטריצה הפיכה. מערכת משוואות ליניאריות בכתיב מטריציאלי, משפט על מבנה של הפתרון של מערכת לא הומוגנית.

5. דטרמיננטה של מטריצה: הגדרה של דטרמיננטה, שטח מקבילית ושטח מקבילון. קו-פקטורים, מינורים, חישוב ותכונות של דטרמיננטה. כלל Cramer לפתרון מערכת משוואות. מציאת מטריצה הפוכה על ידי שימוש בדטרמיננטות (מטריצת adjoint ותכונותיה). מכפלה וקטורית ומכפלה משולשת במרחב אוקלידי.

6. מרחבים וקטוריים: הגדרה ודוגמאות בסיסיות, תת מרחב וקטורי. סכום וחיתוך של תת מרחבים. צירוף ליניארי, פרישה, תלות ואי-תלות ליניארית. מרחב השורות/העמודות של מטריצה. בסיס ומימד של מרחב וקטורי. הצגות תחת החלפת בסיס. משפט המימד הראשון. מציאת בסיס אורתונורמלי לפי גרם-שמידט.
7. העתקות ליניאריות: הגדרה ודוגמאות, הצגה מטריציאלית של העתקה ליניארית, תמונה וגרעין של העתקה ליניארית, דרגה של העתקה ליניארית, משפט הממד השני. העתקה חד – חד ערכית והעתקה על. הרכבה של העתקות ליניאריות, העתקה הפיכה והעתקה הפוכה. הצגות תחת החלפת בסיס. מטריצת סיבוב במישור ובמרחב.
8. ערכים ווקטורים עצמיים הגדרות והתכונות שלהם. ריבוי אלגברי וגיאומטרי. לכסון מטריצה: וקטורים עצמיים וערכים עצמיים. דמיון מטריצות. שימושים (כללי נסיגה ו/או מד"ר עם מקדמים קבועים).